

Міністерство освіти і науки України  
Львівський національний університет імені Івана Франка

**Лариса Зомчак**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
для проведення семінарських занять  
з курсу “Математична економіка”

Львів 2023

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри економічної кібернетики Львівського національного університету імені Івана Франка (Протокол №1 від 30 серпня 2023 року).

*Укладач:*

Зомчак Л.М. кандидат економічних наук,  
доцент кафедри економічної кібернетики.

*Рецензенти:*

Комар М. І. кандидат економічних наук, доцент,  
кафедра економічної кібернетики  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка;

Вдовин М.Л. кандидат економічних наук, доцент,  
кафедра статистики Львівського  
національного університету імені Івана  
Франка

Методичні матеріали для проведення семінарських занять з курсу «Математична економіка» / Укладач Зомчак Л.М. Львів: Малий видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2023. 38 с.

© Зомчак Л.М., 2023

## ВСТУП

Вибіркова навчальна дисципліни «Математична економіка» читається студентам освітньої програми «Економічна кібернетика» спеціальності 051 «Економіка»

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є інструментарій економіко-математичного моделювання: математичні моделі економічних об'єктів, процесів, ситуацій; методи та алгоритми проведення модельних експериментів; методологія математичного моделювання економічних та фінансових систем, зокрема у теорії споживання, виробництва, при формуванні рівноважних цін тощо.

**Міждисциплінарні зв'язки:** Освоєння знань із дисципліни «Математична економіка» безпосередньо пов'язане зі знаннями, здобутими в межах дисциплін макроекономіка, мікроекономіка, математика для економістів, теорія ймовірностей та математична статистика, дослідження операцій, математичне програмування, оптимізаційні методи та моделі.

**Метою** викладання навчальної дисципліни «Математична економіка» є вивчення основних теоретичних концепцій мікро та макроекономіки та побудованих на їх основі математичних концепцій. Сформуванню системи знань з методології, методики та інструментарію побудови економічних моделей, їх аналізу та використання, методології побудови економіко-математичних моделей для активного системного аналізу соціально-економічних процесів, явищ та систем на макро- і мікроекономічному рівнях

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Математична економіка» є

- засвоєння студентом математичних моделей та методів, що застосовуються для аналізу складних економічних процесів;
- формування у студентів навиків побудови математичних моделей економічних об'єктів та процесів;
- розвиток у студентів умінь та навичок побудови математичних макро- та мікроекономічних моделей як статичних, так і динамічних, за умови різних припущень про характер економічних процесів.

Згідно з вимогами освітньої програми студенти будуть знати та вміти:

**знати:** підходи до створення та використання методів математичного моделювання в економіці; особливості застосування економіко-математичних методів та моделей для розв'язування конкретних економічних проблем; способи інтерпретації та використання отриманої інформації у результаті проведення модельних експериментів;

**вміти:** аналізувати та моделювати індивідуальну поведінку виробників та споживачів на ринку, а також їхню взаємодію; розробляти та досліджувати економіко-математичні моделі об'єктів і систем з метою їх аналізу та вдосконалення системи керування; здійснювати дослідження закономірностей та тенденцій розвитку фінансово-економічних систем та розробляти оптимальну програму діяльності; здійснювати дослідження рівноваги в економічних системах; прогнозувати ріст потенціалу країни, регіону.

# ІНФОРМАЦІЙНИЙ ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

## **Тема 1. Понятійний апарат математичної теорії споживання**

Простір товарів. Теорема Дебре. Теорія споживання та її гіпотези. Переваги споживача та його функція корисності. Поняття функції корисності та її властивості. Визначення функції корисності. Її економіко-математичні властивості. Види функції корисності. Кількісна теорія корисності.

## **Тема 2. Моделювання поведінки споживачів**

Постановка неокласичної задачі споживача. Модель поведінки споживача. Графічна інтерпретація задачі вибору споживача. Застосування теореми Куна-Такера. Пряма задача споживача за Маршалом. Двоїста задача споживача за Хіксом.

## **Тема 3. Порівняльна статика споживання**

Зміна попиту за умови зміни ціни. Зміни попиту за умови збільшення ціни з компенсацією. Зміни попиту за умови зміни доходу. Рівняння Слуцького.

## **Тема 4. Класифікація типів товарів. Умови агрегації**

Попит на товари різних цінових категорій.. Ефект заміщення та ефект доходу за умов підвищення та зниження ціни. Умови агрегації Енгеля та Курно.

## **Тема 5. Поняття виробничої функції, її властивості та типи**

Простір затрат. Поняття виробничої функції. Економіко-математичні параметри виробничих функцій. Види виробничих функцій. Властивості виробничих функцій. Поняття ізокванти та ізокости і їх графічне зображення.

## **Тема 6. Моделі поведінки виробників**

Модель фірми як задача нелінійного програмування з одним лінійним обмеженням та цільовою функцією на максимум прибутку. Методи розв'язування задачі фірми.

### **Тема 7. Порівняльна статика фірми**

Реакція виробника на зміну ціни випуску. Реакція виробника на зміну цін ресурсів. Реакція виробника на одночасну зміну ціни випуску та ціни ресурсів.

### **Тема 8. Моделювання ціноутворення за умов монополії**

Моделювання ціноутворення в монополії. Доходи та витрати монополіста. Задача оптимізації прибутку монополіста. Задача фірми при наявності конкурентів.

### **Тема 9. Моделювання поведінки дуополістів (загальний випадок)**

Моделювання поведінки фірми за умов досконалої конкуренції. Модель з двома виробниками однорідної продукції. Рівновага за Курно. Рівновага за Стекельбергом.

### **Тема 10. Моделі дуополії Курно, Чемберліна, Штакельберга**

Рівновага за Курно. Рівновага та нерівновага за Штакельбергом. Модель Чемберліна.

### **Тема 11. Математична теорія конкурентної рівноваги**

Змістовний аспект поняття рівноваги. Вплив нецінових причин на порушення рівноваги. Вплив цінових причин на порушення рівноваги. Ринковий попит та ринкова пропозиція. Умови досконалої конкуренції.

### **Тема 12. Модель Еванса взаємодії виробників та споживачів**

Павутиноподібна модель з дискретним часом. Модель Еванса в дискретному та неперервному вигляді.

### **Тема 13. Модель Вальраса взаємодії виробників та споживачів**

Модель Вальраса з конкурентною рівновагою. Якісні характеристики ринку та їх зв'язок. Закон Вальраса у широкому та вузькому розумінні. Умови конкурентної рівноваги в моделі Вальраса.

#### **Тема 14. Модель загальної рівноваги Ерроу-Дебре**

Модель Ерроу-Дебре. Існування конкурентної рівноваги. Регулювання цін, стійкість, рівновага. Процес «нащупування» цін Вальраса.

#### **Тема 15. Односекторні нелінійні моделі економіки**

Моделі макроекономічної динаміки. Модель Солоу. Аналіз економіки на основі моделі Солоу. Перехідний режим у моделі Солоу. «Золоте» правило накопичення. Виграш у поточному споживанні – програш у найближчій перспективі.

#### **Тема 16. Класична модель ринкової економіки та модель Кейнса**

Класична модель ринкової економіки. Ринок робочої сили. Ринок грошей. Ринок товарів. Загальна модель.

Постановка моделі Кейнса. Вплив грошово-кредитної політики на виробництво. Встановлення рівноваги на ринках товарів та грошей. Загальна рівновага на ринку грошей та товарів.

# ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

## Тема 1. Понятійний апарат математичної теорії споживання

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Переваги споживача та його функція корисності.
2. Основні поняття теорії корисності
3. Властивості функції корисності
4. Види функцій корисності
5. Економічна та математична постановка задачі нелінійного програмування. Елементи нелінійного програмування. Економічна інтерпретація множників Лагранжа

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Ординалістська та кардиналістська теорії корисності.
2. Історичні етапи розвитку теорії корисності

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Покажіть, як можна формалізувати систему переваг (смаків) індивідуума, тобто побудувати функцію його корисності.
2. Поясніть сутність та відмінності між кардиналістським та ординалістським підходами до визначення функції корисності.
3. Поясніть сутність поняття «гранична корисність».
4. У чому полягає сутність закону спадної граничної корисності?
5. Яку інформацію містить у собі поверхня байдужості?
6. Висвітліть сутність граничної норми заміщення одного товару іншим.
7. Які методи розв'язування задач нелінійного програмування ви знаєте?
8. Яка відмінність між розв'язуванням задач лінійного та нелінійного програмування?
9. Як записати функцію Лагранжа ?
10. Як виглядають умови Куна-Такера?
11. Яка відмінність у розв'язуванні задач умовної та безумовної оптимізації?



*Теми рефератів:*

Госсен та його внесок у розвиток теорії корисності

Кількісний підхід в теорії корисності

Парадокс Сміта та його розв'язок на основі кривих граничної корисності

Дебре та його внесок у теорію корисності

*Домашнє завдання:*

Використовуючи метод Лагранжа, знайдіть точку умовного екстремуму.

1)  $Z = 2x_1^2 + x_2^2,$

$2x_1 + 3x_2 = 5$

2)  $Z = 2x_1x_2 + x_2^2,$

$2x_1 + 4x_2 = 8.$

Як зміниться розв'язок, якщо обмеження задач будуть нерівностями?

## **Тема 2. Моделювання поведінки споживачів**

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Поняття бюджетного обмеження.
2. Неокласична задача споживача: постановка та аналіз
3. Розв'язування неокласичної задачі споживача
4. Раціональний вибір споживача. Функція попиту споживача.

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Модель Стоуна, її інтерпретація та розв'язування
2. Попит за Хіксом та за Маршалом
3. Контрольні завдання та теми для обговорення

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Зробіть постановку неокласичної задачі споживача
2. Запишіть умови Куна-Такера для неокласичної задачі споживача
3. Дайте економічну інтерпретацію оптимальних розв'язків неокласичної задачі споживача

4. Поясніть зміст гіпотези опуклості стосовно двох наборів благ.
5. Висвітліть сутність граничної норми заміщення.
6. Що розуміють під поняттям «крива байдужості», властивості кривих байдужості.
7. Дайте визначення функції попиту. Як знайти функцію попиту?
8. Сформулюйте та розв'яжіть неокласичну задачу споживача за Хіксом
9. Дайте геометричну інтерпретацію оптимального розв'язку неокласичної задачі споживача за Хіксом та за Маршалом.

*Теми рефератів:*

Модель споживання Ланкастера

Різні види бюджетних обмежень, ломані бюджетні обмеження

Оптимум споживача з перевагами Кобба-Дугласа

*Домашнє завдання:*

1. Визначити, який набір товарів обере споживач, котрий має дохід у 300 грош. од., якщо його функція корисності:  $U(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{x_1 x_2 x_3}$ , а ціни товарів відповідно дорівнюють  $p_1 = 2$  грош. од./од.тов.,  $p_2 = 4$  грош.од./од.тов.,  $p_3 = 1$  грош.од./од.тов.
2. Переваги споживача задані такою функцією корисності:  $U(x_1, x_2) = Ax_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ , його дохід становить  $M$ , ціни товарів відповідно —  $p_1, p_2$ . Побудувати функцію попиту.

### **Тема 3. Порівняльна статика споживання**

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Аналіз впливу доходу на попит
2. Аналіз впливу ціни одного товару на попит
3. Поняття компенсованої ціни та аналіз її впливу на попит.
4. Основне матричне рівняння фірми і його розв'язування.

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Геометрична інтерпретація ефекту доходу
2. Геометрична інтерпретація ефекту ціни

### 3. Геометрична інтерпретація ефекту компенсованої ціни

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Який алгоритм дослідження порівняльної статистики споживача?
2. Запишіть основне матричне рівняння теорії споживання. Як знайти його розв'язок?
3. Які висновки можна зробити з основного матричного рівняння споживача?
4. Як можна інтерпретувати скаляр, який отримують при розв'язуванні основного матричного рівняння
5. Поясніть основні гіпотези, що припускаються у виведенні рівняння Слуцького, розкрийте його сутність.
6. Визначте, як зміниться попит, якщо станеться збільшення ціни та один із продуктів матиме компенсацію. Наведіть приклад.
7. Покажіть, як зміниться попит на товари зі змінням доходу споживача. Наведіть приклад.

*Теми рефератів:*

Функції попиту граничної корисності грошей  
Порівняльний аналіз корисності за Слуцьким та сучасної теорії корисності

*Домашнє завдання:*

1. Проаналізуйте сутність ефекту доходу за Слуцьким та за Хіксом. Чи рівні вони між собою?

Визначити функцію збуту (попиту) на підставі таких даних:

Ціна товару, грош. од.	54	50	55	59	60	59	64	65
Обсяг попиту, шт.	570	600	580	100	480	500	450	500

2. Функція корисності споживача має вигляд:

$$U(x_1, x_2) = 3x_1^{\frac{2}{3}}x_2^{\frac{1}{3}}.$$

Визначити максимальну корисність, якщо споживач має дохід у 100 грош. од., а ціни товарів дорівнюють відповідно 5 і 10 грош. од. / шт. Якою буде норма заміщення другого товару першим в оптимальній точці?

## Тема 4. Класифікація типів товарів. Умови агрегації

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Рівняння Слуцького: виведення та інтерпретація
2. Геометрична інтерпретація рівняння Слуцького
3. Класифікація товарів.
4. Умови агрегації Курно та Енгеля
5. Індивідуальний ринковий попит
6. Пряма еластичність попиту по ціні
7. Еластичність попиту по доходу
8. Перехресна еластичність попиту по ціні
9. Рівняння Слуцького в коефіцієнтах еластичності

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Функція Торнквіста. Товари першої необхідності та товари розкоші.
2. Геометрична інтерпретація ефекту доходу та ефекту заміщення при зниженні цін товарів.
3. Графічна інтерпретація цінової еластичності
4. Визначення еластичності при нелінійній кривій попиту
5. Розкрийте сутність коефіцієнта перехресної еластичності попиту.

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Запишіть рівняння Слуцького. Яка інтерпретація його доданків?
2. Що розуміють під ефектом доходу та ефектом заміщення?
3. Як графічно зобразити ефект доходу, ефект заміщення та загальний ефект при підвищенні ціни на перший товар?
4. Як класифікують товари на основі зміни ціни?
5. Як класифікують товари залежно від реакції на зміну доходу?
6. Як класифікують товари залежно від реакції на компенсовану зміну ціни?
7. Запишіть умову агрегації Курно та поясніть її зміст
8. Запишіть умову агрегації Енгеля та поясніть її зміст
9. Поясніть основні гіпотези, що приймаються у виведенні рівняння Слуцького, розкрийте його сутність.

10. Яка відмінність між індивідуальним та ринковим попитом споживача?
11. Як обчислити пряму еластичність попиту за ціною?
12. Яка залежність цінової еластичності попиту від ступеня насиченості потреби в товарі? Зобразити графічно.
13. Як класифікують товари на основі цінової еластичності?
14. Як обчислити еластичність попиту по доходу? Як її інтерпретувати?
15. Запишіть рівняння Слуцького. Виведіть рівняння Слуцького через еластичності.
16. Як обчислити перехресну еластичність попиту по ціні та як її інтерпретувати?

*Теми рефератів:*

Євген Слуцький та його внесок у теорію корисності  
 Антуан Огюст Курно – видатний економіст  
 Криві та закони Енгеля в теорії споживача  
 Практичне значення теорії еластичності  
 Аналіз еластичності для нелінійних функцій  
 Ціноутворення з урахування еластичності

*Домашнє завдання:*

1. Функція корисності споживача має вигляд:  
 $U(x_1, x_2) = 3x_1^{\frac{2}{3}}x_2^{\frac{1}{3}}$ . Визначити максимальну корисність, якщо споживач має дохід у 100 грош. од., а ціни товарів дорівнюють відповідно 5 і 10 грош. од.

Якою буде норма заміщення другого товару першим в оптимальній точці?

2. Функція корисності споживача описується формулою  $U(x_1, x_2) = 10\sqrt{x_1x_2}$ , де  $x_1$  — обсяг споживання морозива,  $x_2$  — обсяг споживання апельсинового соку. Ціна 1 порції морозива 1 гр. од., 1 л апельсинового соку — 3 гр. од. Влітку споживач на ці товари витрачав 30 гр. од. на місяць. Взимку ціна морозива підвищилась до 2 гр. од., а ціна апельсинового соку не змінилась. Визначити:

а) обсяг оптимального споживання морозива і апельсинового соку влітку;

б) величину витрат, необхідних взимку для досягнення того ж рівня корисності, що й влітку.

3. Еластичність попиту на товар по ціні  $-1,2$ . Як зміниться виторг продавців, якщо ціна підвищиться на 5%?

4. При підвищенні ціни товару до 1000 г.о. попит падає до 0 і функція попиту на товар лінійна. При якій ціні еластичність попиту становитиме  $-0,25$ ?

5. Споживач витрачає 60% свого доходу на придбання блага X і 40% на придбання блага Y. Еластичність попиту по доходу зросла на 1%. Чи зміниться при цьому еластичність попиту по доходу на благо Y? Якщо зміниться, то на яку величину?

## **Тема 5. Поняття виробничої функції, її властивості та типи**

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Економічний зміст виробничої функції.

Основні характеристики виробничі функції.

3. Приклади виробничих функцій.

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Макроекономічні виробничі функції та їх аналіз.

2. Багатофакторні виробничі функції.

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Поясніть суть та основні характеристики виробничих функцій. Наведіть приклади.

2. Наведіть приклади основних видів виробничих функцій, назвіть їх відмінності та особливості.

3. Перелічіть основні етапи та методи побудови виробничих функцій. Охарактеризуйте їх.

4. Поясніть сутність поняття: «Область визначення виробничої функції».

5. Поясніть, у чому полягають основні критерії оцінювання параметрів виробничої функції. Наведіть приклади.

6. Розкрийте сутність основних аспектів обчислювальних методів оцінки параметрів виробничих функцій.

7. Поясніть сутність виробничої функції підприємства (фірми), яка виражає узгодженість між витратами ресурсів і випуском. Наведіть приклади.

8. Властивості неокласичних виробничих функцій. Наведіть приклади.

9. Ізокванти та ізокліналі виробничої функції. Наведіть приклади.

*Теми рефератів:*

Виробнича функція Кобба-Дугласа: особливості та характеристики

Виробнича функція Леонтьєва: особливості та характеристики

Виробнича функція Аллена та її характеристики

Практична побудова виробничої функції на основі емпіричних даних

*Домашнє завдання:*

1. Задана лінійна виробнича функція:  
 $X = F(K, L) = E_K K + E_L L$ .

Пояснити, який економічний зміст мають коефіцієнти  $E_K$ ,  $E_L$ . Побудувати ізокванти та ізокліналі цієї функції. Показати, якою буде норма заміщення праці фондами.

2. Виробнича функція витрати—випуск має вигляд:

$$F(K, L) = \min\left(\frac{K}{a_k}, \frac{L}{a_l}\right).$$

Показати, який економічний зміст мають її коефіцієнти  $a_K$ ,  $a_L$ . Побудувати ізокванти цієї функції. Знайти вирази для середніх і граничних ефективностей ресурсів. Чи має сенс для цієї функції поняття «норма заміщення одного ресурсу іншим»?

3. Розкрити економічний зміст, що його мають коефіцієнти  $A$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  мультиплікативної виробничої функції  $F(K, L) = AK^{\alpha_1} L^{\alpha_2}$ .

Показати, якими є співвідношення між граничними і середніми ефективностями ресурсів. Написати рівняння ізоквант та ізокліналей. Пояснити, якою є норма заміщення праці фондами та в якому випадку можна говорити про працеаощаджувальне зростання економіки.

4. Економіка описується мультиплікативною виробничою функцією:  $X = F(K, L) = AK^{\alpha_1} L^{\alpha_2}$ . Подати вираз коефіцієнта

нейтрального технічного прогресу  $A$  через випуск  $X_0$  і витрати ресурсів  $K_0, L_0$  у базовому році.

Довести, що:

а) у темпах зростання виробнича функція набирає вигляд:

$$\tilde{X} = \tilde{K}^{\alpha_1} \tilde{L}^{\alpha_2}, \quad \text{де} \quad \tilde{X} = \frac{X}{X_0}, \tilde{K} = \frac{K}{K_0}, \tilde{L} = \frac{L}{L_0} \quad \text{— темпи зростання}$$

відповідно випуску і ресурсів щодо їх значень у базовому році;

б) з використанням ефективності та масштабу виробнича функція може бути подана у формі:  $\tilde{X} = ME$ , де  $M = \tilde{K}^\alpha \tilde{L}^{1-\beta}$ ,

$$\alpha = \frac{\alpha}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

5. Довести, що функція з постійною еластичністю заміщення

(CES-функція)  $F(K, L) = A[\alpha K^{-\rho} + (1 - \alpha)L^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}}$  за:

а)  $\gamma = 1, \rho \rightarrow 0$  прямує до функції Кобба—Дугласа;

б)  $\gamma = 1, \rho \rightarrow \infty$  прямує до функції витрати—випуск.

## Тема 6. Моделі поведінки виробників

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Модель фірми.
2. Максимізація прибутку та попит на ресурси.
3. Максимізація прибутку та визначення обсягу випуску фірми

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Витрати виробника у короткостроковому періоді
2. Крива короткострокової пропозиції конкурентної фірми
3. Графічний аналіз при розв'язуванні задачі виробника за різних її постановок

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Запишіть неокласичну задачу виробника у класичній постановці
2. Якими методами доцільно розв'язувати неокласичну задачу виробника?



3. Яка відмінність у постановці та розв'язуванні неокласичної задачі споживача у короткостроковому та довгостроковому періоді?

4. Підходи щодо визначення функції витрат у короткотерміновому та довготерміновому періодах.. Наведіть приклади.

5. Сутність ізокост постійних витрат. Наведіть приклад.

6. Що розуміють під поняттям «золоте правило фірми»?

7. Зобразіть графічно розв'язок неокласичної задачі виробника

*Теми рефератів:*

Модель фірми у довгостроковому періоді

Квазіпостійні витрати та крива короткострокової пропозиції фірми

*Домашнє завдання:*

1. Функцію валового випуску деякої гіпотетичної країни Лапландія визначено за декілька попередніх років:  $X = F(K, L) = 0,95 K^{0,5} L^{0,6}$ . За період досліджень валовий випуск Лапландії зріс у 3,5 раза, обсяги виробничих фондів — у 5 разів, чисельність зайнятих у — 2,5 раза. Визначити, яка частка зростання випуску пояснюється зростанням масштабу виробництва, а яка — підвищенням ефективності.

2. Виробнича функція має вигляд:  $X = 3x_1^{\frac{1}{3}} x_2^{\frac{2}{3}}$ . Визначити граничні продукти за ресурсами та побудувати ізокванту. Виписати рівняння ізокліналі (лінії найбільшого зростання випуску), що проходить через точку  $x_1=0, x_2=1$ , знайти норму заміщення першого ресурсу другим у цій точці.

3. Обчислити середню та граничну ефективність ресурсу  $x_2$ , якщо виробнича функція має вигляд:  $F(x_1, x_2) = x_2 \frac{2x_1^2 + x_2^2}{3x_1^2 + x_2^2}$ .

4. За заданого рівня виробництва граничний продукт праці дорівнює 5 одиницям продукції за місяць, а граничний продукт фондів — 10 одиницям продукції за місяць. Визначити граничні норми заміщення праці фондами і фондів працею.

5. Виробнича функція невеликого підприємства, яке виготовляє рами для картин, має вигляд:  $X = 5K^{1/2} L^{1/2}$ , де  $X$  —

кількість картин, уставлених у раму за день;  $K$  — кількість годин роботи машин за день;  $L$  — кількість робітників. Визначити, якими будуть середній і граничний продукти праці за  $K = 9$ ,  $L = 9$ . Як зміняться ці продукти в разі подвоєння витрат ресурсів?

## Тема 7. Порівняльна статика фірми

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Суть порівняльної статистики фірми.
2. Реакція виробника на зміну ціни випуску.
3. Реакція виробника на зміну цін ресурсів.
4. Реакція виробника на одночасну зміну ціни випуску та цін ресурсів.
5. Класифікація витрат фірми.

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Розв'язування основного матричного рівняння фірми
2. Графічний аналіз основного матричного рівняння фірми

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Сутність реакції виробника на зміну ціни випуску.
2. Сутність реакції виробника на зміну цін ресурсів.
3. Поясніть, у чому полягає сутність реакції виробника на одночасну зміну ціни випуску та цін ресурсів.
4. Запишіть основне матричне рівняння
5. Які висновки можна зробити із основного матричного рівняння фірми
6. Як класифікують витрати фірми?
7. Чи можливі для фірми витрати «Гіффена»? Чому

*Домашнє завдання:*

1. Рекламне оголошення в газеті коштує 500 грн, хвилина телевізійного часу — 1500 грн. Тижневий рекламний бюджет фірми становить 15 000 грн. Якщо  $x_1$ ,  $x_2$  — це відповідно кількість оголошень у газеті та кількість хвилин рекламного часу на телебаченні за тиждень, то прибуток фірми за тиждень становить:  
$$\Pi(x_1, x_2) = 4x_1 x_2 - 5x_1^2 - x_2^2 + 20x_1 + 100\,000.$$

Поясніть, як необхідно використати рекламний бюджет, щоб прибуток був максимальним ( $\max \Pi, x_1, x_2$ )?

## Тема 8. Моделювання ціноутворення за умов монополії

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Умови максимізації прибутку для монополіста
2. Монопольний вплив та його зміни

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Паретто-ефективність у виробництві.

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Ціноутворення на монополізованому ринку.
2. Ціноутворення на ринках чинників виробництва.
3. Базові стратегії формування конкурентних переваг.
4. Стратегія зниження витрат.
5. Стратегія диверсифікації продукції та сегментів ринку.
6. Стратегія організаційного розвитку.
7. Еволюційний розвиток ринкової поведінки.
8. Теоретичні аспекти стратегії технічного розвитку.
9. Динаміка капітального чинника виробництва.
10. Мікроекономічна оцінка стратегії вертикальної інтеграції.
11. Програмно-цільове управління.
12. Миттєва, короткотермінова та довготермінова рівновага.

*Теми рефератів:*

1. Моделювання поведінки монополіста, що володіє кількома заводами
2. Монополія і суспільна ефективність
3. Природна монополія та умови її моделювання
4. Моделі просторової диференціації продуктів

*Домашнє завдання:*

1. Прибутки двох фірм, що конкурують на ринку одного товару, відповідно дорівнюють:

$$\Pi_i(X_1, X_2) = [15 - (X_1 + X_2)]X_i, \quad i=1, 2, \quad \text{ціна товару}$$

$$p(X_1, X_2) = 20 - (X_1 + X_2), \quad \text{де } X_1, X_2 \text{ — обсяги випуску фірм.}$$

Визначити оптимальний обсяг випуску кожної фірми за відомого обсягу випуску іншої. Якими (найкращими) будуть стратегії першої фірми з огляду на стратегії другої фірми:

а)  $X_2 = \frac{15 - X_1}{2/3}$ ; б)  $X_2 = \frac{15 - X_1}{3/4}$ ?

Показати, яким буде спільний випуск за умови об'єднання цих фірм. Визначити, який із варіантів («а», «б» чи об'єднання фірм) буде привабливішим для споживача продукції та чому?

2. Витрати і ціна на продукцію однопродуктової фірми, таким чином, залежать від випуску  $X$ :  
 $(C)(X) = \gamma X^2 + \beta X + \alpha$ ,  $p(X) = a - bX$ .

1. Який обсяг випуску обере фірма?

2. Як змінюватиметься поведінка фірми за умови введення податкової ставки  $t$  (долучимо явним чином витрати на сплату податків у витрати  $\beta = \beta_0 + t$ )?

3. Знайти залежність надходжень до бюджету від податкової ставки (крива Лаффера).

## Тема 9. Моделювання поведінки дуополістів (загальний випадок)

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Поведінка фірми на конкурентних ринках.
2. Поведінка фірми у випадку наявності конкурента
3. Поняття гаданих варіацій

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Графічний аналіз поведінки дуополістів у загальному випадку
2. Особливості неприродних дуополій та приклади їх утворення

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Сформулюйте класичну модель дуополії
2. Що розуміють під поняттям «гадані варіації»
3. Дайте визначення дуополії
4. Запишіть вектори ресурсів для кожного із дуополістів
5. Сформулюйте припущення моделі дуополіста

*Теми рефератів:*

Модель дуополії у загальному випадку: особливості розв'язування

Ізопрофіта та її побудова

Олігополія із закритим входом, орієнтована на ціну як стратегічну змінну

Модель цінового лідерства домінуючої фірми фірми в конкурентному оточенні

Моделі олігополії із відкритим входом

## **Тема 10. Моделі дуополій Курно, Чемберліна, Штакельберга**

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Поведінка фірми на конкурентних ринках.
2. Рівновага за Курно та Штакельбергом.
3. Модель Чемберліна для великої кількості фірм

*Завдання для самостійної роботи:*

3. Графічний аналіз поведінки дуополістів в моделі Курно

4. Графічна інтерпретація моделі дуополії Штакельберга

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

6. Сформулюйте припущення моделі Курно

7. Що розуміють під поняттям «гадані варіації»

8. Дайте визначення рівноваги Курно

9. Запишіть криві реакції у моделі Курно та зобразіть їх графічно

10. Сформулюйте припущення моделі Чемберліна

11. Яка відмінність у рівновазі за Курно та за Чемберліном?

12. Сформулюйте основні припущення моделі Штакельберга

13. У чому відмінність рівноваги та нерівноваги за Штакельбергом?

*Теми рефератів:*

Модель Бертрана

Ізопрофіта та її побудова

Олігополія із закритим входом, орієнтована на ціну як стратегічну змінну

Модель цінового лідерства домінуючої фірми фірми в конкурентному оточенні  
Моделі олігополії із відкритим входом

### **Тема 11. Математична теорія конкурентної рівноваги**

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Характерні риси ринку досконалої конкуренції
2. Умови прибутковості та збитковості на конкурентному ринку
3. Рівновага конкурентного ринку
4. Павутиноподібна модель ринку

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Виведення кривої пропозиції галузі при незмінних цінах факторів та технологій
2. Виведення кривої пропозиції галузі при незмінних цінах факторів у короткому періоді

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. У чому полягає суть поняття рівноваги? Дайте визначення рівноваги.
2. Що розуміють під поняттям «економічна рівновага»
3. Що розуміють під сукупним споживчим попитом та сукупною пропозицією виробничого сектора?
4. Які чинники називають неціновими?
5. Як впливають нецінові чинники на порушення рівноваги на ринку?
6. Як впливають цінові чинники на порушення рівноваги на ринку?
7. Сформулюйте та запишіть павутиноподібну модель ринку. Зобразіть можливі випадки встановлення рівноваги на ринку графічно.
8. Від чого залежить можливість встановлення рівноваги на конкурентному ринку в павутино подібній моделі?
9. Назвіть умови досконалої конкуренції на ринку

*Теми рефератів:*

Крива пропозиції галузі в короткостроковому періоді

Довгострокова рівновага галузі: процес встановлення та умови.

## **Тема 12. Модель Еванса взаємодії виробників та споживачів**

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Модель Еванса: постановка задачі
2. Модель Еванса у дискретному представленні
3. Модель Еванса у неперервному вигляді

*Завдання для самостійної роботи:*

Графічна інтерпретація моделі Еванса

Взаємозв'язок між моделлю Еванса та павутиною подібною моделлю ринку

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Назвіть припущення, які роблять при постановці моделі Еванса у неперервному вигляді
2. Назвіть припущення, які роблять при постановці моделі Еванса у дискретному вигляді
3. Запишіть розрахункове рівняння моделі Еванса у неперервному вигляді
4. Запишіть розрахункове рівняння моделі Еванса у дискретному вигляді
5. Виведіть формулу рівноважної ціни у моделі Еванса у неперервному вигляді
6. Виведіть формулу рівноважної ціни у моделі Еванса у дискретному вигляді
7. Яка відмінність між формулами рівноважної ціни у дискретній та неперервній моделях Еванса?

## **Тема 13. Модель Вальраса взаємодії виробників та споживачів**

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Модель Вальраса: основні позначення та припущення моделі

2. Кількісні характеристики ринку в моделі Вальраса
3. Співвідношення між кількісними характеристиками ринку в моделі Вальраса
4. Конкурентна рівновага за Вальрасом

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Особливості встановлення вальрасівської рівноваги
2. Закон Вальраса у широкому та вузькому значенні

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Назвіть умови, які мають виконуватись для того, щоб на ринку можна було застосувати модель Вальраса
2. Що є відомими та невідомими величинами у моделі Вальраса?
3. Яких учасників ринку розглядають у моделі Вальраса та чим вони характеризуються?
4. Як визначити дохід споживача у моделі Вальраса?
5. Як визначити сукупний попит у моделі Вальраса?
6. Як визначити сукупну пропозицію у моделі Вальраса?
7. Як відбувається встановлення рівноваги у моделі Вальраса?
8. Як знайти рівноважний вектор цін у моделі Вальраса?
9. Економічний сенс моделі конкурентної рівноваги за Вальрасом.

*Теми рефератів:*

Альтернативні підходи щодо моделювання взаємодії виробників і споживачів на фінансовому ринку, на ринку товарів та послуг.

Сутність механізмів адаптації за Вальрасом і за Маршаллом.

*Домашнє завдання:*

1. Функція попиту на торті має вигляд:

$$Q_t^D = 200 - 0,5p_t,$$

а функція їх пропозиції —

$$Q_t^S = 0,7p_{t-1} - 10,$$

де  $t = 0, 1, \dots, 6$  — дні тижня від неділі до суботи.

А. Визначити рівноважну ціну тортів.



Б. Якою буде ціна у кожний день тижня, якщо в неділю на ринку була рівноважна ціна, а в понеділок попит знизився настільки, що за кожним значенням ціни купували на 10 тортів менше?

В. Якою буде рівноважна ціна за зниження попиту?

2. Відомі функції ринкового попиту:  $Q^D = 10 - p$  та пропозиції: за кожну продану одиницю продукції виробник повинен сплачувати податок у обсязі 1,5 грош. од. Яку частку цього податку виробник перекладе на споживача?

3. Ринок цементу характеризується такими функціями попиту й пропозиції:

$$Q^D = 12 - p; \quad Q^S = -3 + 2p.$$

1) Який обсяг податків буде зібрано з продажу цементу, якщо встановити 50 % податку з виручки?

2) На скільки зросте обсяг продажу цементу за умови скасування податку?

## Тема 14. Модель загальної рівноваги Ерроу-Дебре

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Постановка моделі Ерроу-Дебре
2. Подібність та відмінність моделі Ерроу-Дебре та моделі Вальраса
3. Встановлення рівноваги в моделі Ерроу-Дебре. Функція надлишкового попиту.
4. Теорема Ерроу-Дебре

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Регулювання цін в моделі Ерроу-Дебре
2. Процес «нащупування цін» в моделях Вальраса та Ерроу-Дебре
3. Поясніть, які з умов теореми Ерроу—Дебре виконуються в моделі, наведеній нижче.

Нехай на ринку наявні лише два товари і один узагальнений споживач. Технологічна множина виробничого сектору задається в такому вигляді:  $Y = \{ (y_1, y_2) : 0 \leq y_1 \leq 1, y_2 = 0 \}$ . Функція корисності споживача має вигляд:  $u(x_1, x_2) = x_1 + \sqrt{x_2}$  і визначена на множині

$X = \{(x_1, x_2) : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_2 - 1 \leq x_1 \leq x_2 + 1\}$ . Увесь дохід виробничого сектору  $p_1 y_1 + p_2 y_2$  надходить у розпорядження споживача.

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Запишіть модель Ерроу-Дебре
2. У чому полягає відмінність між моделлю Ерроу-Дебре та моделлю Вальраса
3. Назвіть переваги моделі Ерроу-Дебре наж моделлю Вальраса
4. Як записати задачу виробника у моделі Ерроу-Дебре?
5. Як записати задачу споживача у моделі Ерроу-Дебре?
6. Як записати дохід споживача у моделі Ерроу-Дебре?
7. Що розуміють під поняттям «функція надлишкового попиту»?
8. Інтерпретація умов теореми Ерроу—Дебре з погляду економіки.

*Теми рефератів:*

Системи нащупування цін в сучасній теорії конкурентної рівноваги

Переваги та недоліки моделі Ерроу-Дебре

Діаграма Еджворта та крива трансформації виробничих потужностей

Миттєва, короткотермінова та довготермінова рівновага

*Домашнє завдання:*

1. На ринку є три продавці та три покупці. Відомі функції пропозиції і ціни продавців  $Q_1^s = 2p - 6$ ;  $Q_2^s = 3p - 15$ ;  $Q_3^s = 5p$  та функції попиту за ціни продавців  $Q_1^d = 12 - p$ ;  $Q_2^d = 16 - 4p$ ;  $Q_3^d = 10 - 0,5p$ , де  $p$  — ціна товару. Потрібно визначити ціну рівноваги та обсяг угоди кожного з учасників торгівлі.

2. На ринку мобільних телефонів установилася рівновага за  $p = 60$  грош. од. та  $Q = 190$ . Коефіцієнт прямої еластичності попиту дорівнює  $0,05$ , а коефіцієнт прямої еластичності пропозиції  $+0,1$ .

Якою буде ціна мобільних телефонів, якщо попит зросте на  $10\%$ , а їх пропозиція — на  $5\%$ , за гіпотези, що в даній області змін попиту та пропозиції їхні графіки є лінійними?

## Тема 15. Односекторні нелінійні моделі економіки

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Поняття нелінійних моделей економіки.
2. Основні припущення моделі Солоу.
3. Постановка моделі Солоу.
4. Перехідний режим у моделі Солоу.
5. “Золоте правило” економічного зростання.
6. Виграш у поточному споживанні

*Завдання для самостійної роботи:*

1. Графічна інтерпретація моделі Солоу.
2. Односекторна модель оптимального економічного зростання.
3. Модель зміни технологічного укладу.
4. Двосекторна модель економіки.
5. Дослідження характерних властивостей виробничих функцій Солоу.

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Сутність малосекторних нелінійних динамічних моделей та доцільність використання для аналізу економічних процесів.
2. Основні гіпотези та припущення, що використовуються у формуванні моделі Солоу.
- 3.
4. Запишіть формалізовану модель Солоу в абсолютних показниках
5. Запишіть формалізовану модель Солоу у відносних показниках
6. Сутність стаціонарної траєкторії економічної системи.
7. Зобразіть графічно стаціонарну траєкторію
8. Основні перехідні процеси в моделі Солоу стосовно до фондоозброєності, їх аналіз.
9. Сформулюйте «Золоте» правило накопичення.
10. Поясніть, як виглядатиме модель Солоу, якщо за основу взяти лінійно-однорідну виробничу функцію внутрішнього валового продукту?
11. Охарактеризуйте, як поводитиме себе модель Солоу, якщо встановити занижену норму накопичення. Зобразіть це на рисунку.

12. Порівняйте різні стратегії поточних норм споживання, зобразіть графічно

*Теми рефератів:*

Односекторна модель оптимального економічного зростання.

Модель зміни технологічного укладу.

Двосекторна модель економіки.

Виробничих функцій Солоу: характеристики та особливості застосування.

Багатофакторні функції Солоу.

Модель Солоу з лінійно-однорідною CES-функцією.

## **Тема 16. Класична модель ринкової економіки та модель Кейнса**

*Перелік питань для обговорення на практичних заняттях:*

1. Модель ринку робочої сили
2. Модель ринку грошей
3. Модель ринку товарі
4. Класична модель ринкової економіки.
5. Об'єднана (загальна) модель.
6. Модель Кейнса: постановка
7. Відмінність класичної моделі ринкової економіки та моделі Кейнса
8. Геометрична інтерпретація моделі Кейнса

*Завдання для самостійної роботи:*

Графічні інтерпретації на кожному з ринків.

1. Подібність і відмінність кейнсіанського й монетаристського підходів до управління економікою.
2. Довести, що функція попиту на робочу силу в конкурентній економіці є спадною функцією реальної заробітної плати.

*Контрольні завдання та теми для обговорення:*

1. Поясніть сутність гіпотез, які приймаються у класичній моделі ринкової економіки.

2. Доведіть, що функція попиту на робочу силу в конкурентній економіці є спадною функцією реальної заробітної плати.
3. Сутність об'єднаної моделі ринкової економіки.
  1. Пояснити сутність поняття «ліквідна пастка».
  2. Навести приклади економічних ситуацій, коли справджується підхід Кейнса, коли — Фрідмена.
  3. Пояснити, у яких випадках інфляція позитивно впливає на економіку
  4. Сутність рівноваги на ринку товарів у моделі Кейнса.
  5. Сутність рівноваги на ринку грошей у моделі Кейнса.
  6. Загальна рівновага на ринку грошей і товарів у моделі Кейнса.

## ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

### Завдання 1

У просторі трьох товарів відомі:

- вектор цін  $p = (p_1, p_2, p_3)$ ;
- бюджетне обмеження споживача  $I$ ;
- функція корисності споживача  $u = u(x_1, x_2, x_3)$ .

На основі вхідної інформації необхідно:

- 1) описати (за допомогою системи нерівностей) бюджетну множину;
- 2) розв'язати неокласичну задачу споживача та визначити його функцію попиту в аналітичному вигляді;
- 3) обчислити конкретне значення функції попиту при заданому бюджетному обмеженні  $I$  та векторі цін  $p$ ;
- 4) перевірити, чи виконується рівняння Слуцького для даного споживача;
- 5) визначити, які товари є цінними та малоцінними; нормальними товарами і товарами Гріффіна; які товари є взаємозамінними, а які взаємодоповнюючими.

Варіант завдання студент обирає згідно порядкового номера у списку студентів групи. Варіанти завдань подано у Таблиці 1.

Таблиця 1

Вхідні дані для розв'язування завдання 1 по варіантах

№ варіанта	$P$	$I$	$u = u(x_1, x_2, x_3)$
1	2	3	4
1	(7, 3, 2)	42	$x_1 \sqrt{x_2 x_3}$
2	(1, 3, 4)	24	$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_3}$
3	(5, 2, 4)	60	$x_1 + \frac{x_2 x_3}{2}$
4	(2, 3, 4)	60	$x_1^2 + 2x_2 x_3$
5	(5, 8, 4)	120	$\ln(x_1 x_2 x_3)$
6	(4, 9, 6)	36	$x_1 x_2 \sqrt{x_3}$
7	(7, 5, 2)	70	$\sqrt{x_1 x_2 x_3}$

8	(3, 8, 5)	120	$x_1\sqrt{x_2x_3}$
9	(1, 7, 2)	28	$\sqrt{x_1x_2x_3}$
10	(4, 7, 3)	84	$2x_1x_2 + x_3^2$
11	(2, 5, 6)	30	$\frac{x_1x_2}{3} + x_3$
12	(3, 6, 9)	36	$x_1x_2x_3$
13	(2, 7, 6)	42	$2x_1x_3 + x_2^2$
14	(2, 3, 6)	18	$2\ln(x_1x_2x_3)$
15	(3, 2, 8)	24	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$
16	(1, 3, 4)	48	$x_1^3 + 2x_2^3 + x_3^3$
17	(5, 2, 4)	120	$3\ln(x_1x_2x_3)$
18	(2, 3, 4)	120	$3x_1x_3 + x_2^2$
19	(5, 8, 4)	60	$2x_1x_2x_3$
20	(4, 9, 6)	72	$\frac{x_1x_2}{3} + x_3$
21	(7, 5, 2)	35	$4x_1x_2 + x_3^2$
22	(3, 8, 5)	60	$3\sqrt{x_1x_2x_3}$
23	(1, 7, 2)	56	$2x_1\sqrt{x_2x_3}$
24	(4, 7, 3)	42	$3\sqrt{x_1x_2x_3}$
25	(2, 5, 6)	60	$2x_1x_2\sqrt{x_3}$
26	(3, 6, 9)	72	$2\ln(x_1x_2x_3)$
27	(2, 7, 6)	21	$3x_1^2 + 2x_2x_3$
28	(2, 3, 6)	36	$3x_1 + \frac{x_2x_3}{2}$
29	(3, 2, 8)	48	$\sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2} + \sqrt{x_3}$
30	(3, 8, 5)	30	$2x_1\sqrt{x_2x_3}$
31	(5, 2, 4)	30	$\sqrt{2x_1x_2x_3}$
32	(2, 3, 4)	30	$3x_1\sqrt{x_2x_3}$
33	(4, 7, 3)	21	$\sqrt{2x_1x_2x_3}$
34	(3, 6, 9)	18	$x_1x_2\sqrt{2x_3}$

35	(7, 3, 2)	84	$4x_1x_2 + 3x_3^2$
36	(2, 5, 6)	30	$\sqrt{4x_1x_2x_3}$
37	(3, 4, 6)	100	$x_1^2 + x_2^3 + x_3^3$
38	(5, 3, 4)	65	$3x_1^2x_2\sqrt{x_3}$
39	(7, 5, 2)	54	$2\sqrt{x_1x_2}x_3^2$
40	(2, 4, 5)	71	$3x_1x_2 + x_1^2$

## Завдання 2

Вихідні дані для індивідуальної роботи:

Перелік вихідних даних для виконання розрахунків:

1.  $A$  – вільний член функції попиту.
2.  $B$  – модуль коефіцієнта функції попиту.
3.  $c$  – граничні витрати на випуск продукції.
4.  $d$  – постійні витрати на випуск продукції.
5.  $\alpha$  – модуль вільного члена функції пропозиції.
6.  $\beta$  – коефіцієнт функції пропозиції.
7.  $p_0$  – початкове значення ціни у моделях встановлення рівноважної ціни.
8.  $T$  – кількість ітерацій дискретній моделі Еванса та максимально можливий час у неперервній моделі Еванса. Для всіх варіантів однакова і становить 7.
9.  $\gamma$  – швидкість зміни ціни при одиничному перевищенні попиту над пропозицією в дискретній та неперервній моделях Еванса.
10.  $\Delta t$  – часовий крок в дискретній моделі Еванса.

Усі необхідні дані для проведення обчислень наведено у таблиці 2.

Таблиця 2

Типовий набір вихідних даних для виконання обчислень:

№ варіанту	$A$	$B$	$c$	$d$	$\alpha$	$\beta$	$p_0$	$\gamma$	$\Delta t$
1	100	11	3	5	20	2	12	0,02	1
2	115	12	4	3	21	3	11	0,03	1
3	120	13	5	4	22	4	10	0,01	2
4	90	14	4	5	19	1	13	0,15	3



5	110	15	3	4	23	2	10	0,12	1
6	130	16	2	3	21	3	14	0,14	2
7	105	17	3	4	22	5	15	0,02	3
8	100	18	4	5	26	6	16	0,12	4
9	95	19	5	5	23	4	11	0,15	4
10	85	20	6	4	25	4	13	0,03	4
11	125	21	5	5	24	4	14	0,04	5
12	135	22	4	6	21	3	15	0,03	5
13	80	23	3	7	20	3	10	0,02	1
14	120	24	2	7	19	2	9	0,05	2
115	110	25	3	7	17	2	17	0,03	3
16	125	26	4	8	18	2	8	0,04	3
17	90	27	5	5	22	2	11	0,02	3
18	85	28	4	3	25	2	14	0,15	3
19	150	29	3	5	24	1	13	0,03	2
20	110	30	3	6	17	5	13	0,19	1
21	140	31	3	3	23	5	13	0,02	5
22	160	32	4	4	19	5	14	0,01	4
23	145	33	5	5	20	5	14	0,03	3
24	115	34	6	6	22	3	15	0,04	4
25	135	35	4	7	23	2	14	0,05	5

### Послідовність виконання роботи

1. Обчислити параметри  $a$ ,  $b$  функції, оберненої до функції попиту, щоб записати лінійну функцію ціни;
2. Обчислити обсяг випуску, ціну та прибуток для випадків: монополії на ринку; присутності на ринку двох фірм-олігополістів для загального випадку; в ситуації картельної змови; в ситуації рівноваги Курно, зобразити на графіку процес встановлення рівноважної ціни; в ситуації рівноваги Стакельберга; в ситуації нерівноваги Стакельберга.
3. Обчислити величини рівноважної ціни та попиту і пропозиції при рівноважній ціні, які описують стан конкурентної рівноваги. Побудувати графіки функцій попиту та пропозиції і обчислити на них точки конкурентної рівноваги.

4. Обчислити рівноважну ціну, величину попиту та пропозиції в момент часу  $t=0$ , рівноважну ціну, величину попиту та пропозиції для  $t=\bar{1}, \bar{T}$  дискретної моделі Еванса, За отриманими результатами побудувати таблицю

Номер ітерації	Дискретна модель Еванса		
	Ціна	Попит	Пропозиція
0			
1			
...			
T			
$\infty$			

Навести коментарі до таблиці з описом економічної інтерпретації отриманих результатів. Побудувати графік динаміки ціни для дискретної моделі Еванса та графік динаміки попиту і пропозиції дискретної моделі Еванса.

6. Обчислити рівноважну ціну, величину попиту та пропозиції для  $t=\bar{1}, \bar{T}$  для неперервної моделі Еванса. На основі отриманих результатів побудувати таблицю

Час $t$	Ціна	Попит	Пропозиція
0			
1			
...			
T			
$\infty$			

Для неперервної моделі Еванса для коефіцієнта  $\gamma$  виконується

$$\gamma = \frac{1}{D-S} \cdot \frac{dp}{dt}$$

Навести коментарі до таблиці з описом економічної інтерпретації отриманих результатів. Побудувати графік динаміки ціни для неперервної моделі Еванса і графік динаміки попиту і пропозиції для неперервної моделі Еванса.

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА:

1. Аналітична економія: макроекономіка і мікроекономіка: Підручник / За ред. С.Панчишина і П.Островерха. Книга 1. К. : Знання, 2009. 723 с.
2. Аналітична економія: макроекономіка і мікроекономіка: Підручник / За ред. С.Панчишина, і П.Островерха. Книга 2. К. : Знання, 2010. 440с.
3. Бандоріна Л. М., Лозовська Л. І., Савчук Л. М. Моделювання економіки : навч. посіб. Дніпро : УДУНТ, 2022. 154 с.
4. Баранкевич М.М., Антонів В.Б. Вступ до математичної економіки. Фундаментальні моделі : Навч. посіб. Дрогобич, Коло, 2009. 348 с.
5. Білоусова С. В., Ковальчук Т. В. Економіко-математичне моделювання. Компендіум і практикум : навч. посіб. Київ : КНТЕУ, 2018. 524 с.
6. Блудова Т. В. Математична економіка: Навчальний посібник. К.: КНЕУ, 2009. 464.
7. Вітлінський В. В. Моделювання економіки. К., 2002.
8. Вовк В. М., Зомчак Л. М. Оптимізаційні методи і моделі : навч. посіб. Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2014. 360 с.
9. Вовк В. М., Зомчак Л. М. Оптимізаційні моделі економіки : навч. посіб. Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2013. 318 с.
10. Григорків В. С. Моделювання економіки : підручник. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т ім. Ю. Федьковича, 2019. 360 с.
11. Грицюк П. М., Джоші О. І., Гладка О. М. Основи теорії систем і управління : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2021. 272 с.
12. Грабовецький Б. Є. Виробничі функції: теорія, побудова, використання в управлінні виробництвом. Монографія. Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006.
13. Економіко-математичне моделювання: навч. посібник / Т.С. Клебанова, О.В. Раєвнева, С.В. Прокопович та ін. Х.: ИНЖЕК, 2010. 350 с.
14. Зомчак Л. М. Моделювання економіки : збірник задач та вправ. Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2010. 100 с.
15. Зомчак Л. М., Негрей М. В. Економетричне моделювання функціонування та розвитку аграрного сектору України : монографія. Київ : Компринт, 2018. 256 с.

16. Козицький В.А., Лавренюк С.П., Олісевич Н.О. Основи математичної економіки. Теорія фірми: Навч. посібник. Львів: Видавництво „Піраміда”, 2005. 323с.
17. Ляшенко І.М., Коробова М.В., Столяр А.М. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів: Навч. посібник. Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2006. 304 с.
18. Математична економіка : навч. посіб. / Т. В. Блудова, І. А. Джалладова, О. І. Макаренко, Г. В. Шуклін ; Держ. вищ. навч. закл. «Київ. нац. екон. ун-т ім. В. Гетьмана». К., 2009. 454 с.
19. Методологія наукових досліджень у статистиці : навч. посібник / [Матковський С. О., Вдовин М. Л., Гринькевич О. С., Зомчак Л. М., Лагоцький Т. Я., Панчишин Т. В.] Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2014. 280 с.
20. Погріщук Б. В. Економіко-математичні моделювання : навч. посіб. Тернопіль : Крок, 2010. 372 с.
21. Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М. Основи математичної економіки: Навч. посібник. К.: "Інформтехніка", 1995. 320 с.
22. Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М. Сучасний економічний аналіз: У 2-х ч. Ч.1. Мікроекономіка: Навч. посібник.– К.: Вища школа, 2004. – 262 с.
23. Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М. Сучасний економічний аналіз: У 2-х ч. Ч.2. Макроекономіка: Навч. посібник. К.: Вища школа, 2004. 207 с.
24. Радіонова І. Ф., Бурлай Т. В., Алімпієв Є. В. Макроекономіка-2 : навч. посіб. Держ. вищ. навч. закл. «Київ. нац. екон. ун-т ім. В. Гетьмана». К., 2009. 423 с.
25. Соловійов В.М. Математична економіка : Навч.-мет. посібник для самост. вивч. дисц. Черкаси, ЧНУ, 2008.- 137 с.
26. Терехов Л.Л. Економіко-математичні методи і моделі: навч. посібник К.: Формат, 2008. – 290 с.
27. Lancaster, K. (2012). Mathematical economics. Courier Corporation.
28. Ahuja, H. L. (2017). Advanced economic theory. S. Chand Publishing.
29. Bergstrom T., Varian H. R., Workouts in Intermediate Microeconomics, W.W. Norton, 2002.

30. Dowling, E. T. (2001). Introduction to mathematical economics. McGraw-Hill.
31. Frank R. H., Microeconomics and Behavior, McGraw-Hill/Irwin, 2009.
32. Hill•R., Myatt T., Economics. Anti-Textbook. A Critical Thinker's Guide To Microeconomics, Fernwood Publishing & Zed Books, 2010
33. Nicholson W., Snyder Ch.M., Intermediate Microeconomics And Its Application, South-Western College Pub, 2009.
34. Philips, L. (2014). Applied consumption analysis: advanced textbooks in economics. Elsevier.
35. Pindyck R. S., Rubinfeld D. L., Microeconomics, Prentice Hall, 2008. •
36. Varian, H. R. Intermediate Microeconomics: A Modern Approach, W.W. Norton, 2002. •
37. Elsner, W., Heinrich, T., & Schwardt, H. (2014). The microeconomics of complex economies: Evolutionary, institutional, neoclassical, and complexity perspectives. Academic Press.
38. Wainwright, K. (2005). Fundamental methods of mathematical economics. McGraw-Hill/Irwin.

Підписано до друку 01.09.2023. Формат 60х90/16.  
Умовн. друк. арк. 3,01 Тираж 50. Зам.  
Надруковано у Малому видавничому центрі  
Львівського національного університету імені Івана Франка  
79008, м. Львів, проспект Свободи, 18