**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**Львівський національний університет імені Івана Франка**

**Факультет економічний**

**Кафедра інформаційних систем у менеджменті**

**Затверджено**

На засіданні кафедри інформаційних систем у менеджменті

економічного факультету

Львівського національного університету імені Івана Франка

(протокол № 1 від 31.08.2022 р.)

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ проф. Приймак В.І.

**Силабус з навчальної дисципліни**

**«ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА»,**

**що викладається в межах освітньо-професійної програми**

**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів**

**з галузі знань 05 Соціальні та поведінкові науки**

**за спеціальністю 051 Економіка**

**Освітня програма Економічна кібернетика**

**Львів 2022 р.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Назва курсу** | Теорія ймовірностей та математична статистика |
| **Адреса викладання курсу** | Львів, пр. Свободи 18, 79009 |
| **Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна** | Економічний факультет, кафедра інформаційних систем у менеджменті |
| **Галузь знань, шифр та назва спеціальності** | 05 «Соціальні та поведінкові науки», 051 «Економіка» Освітня програма «Економічна кібернетика» |
| **Викладачі курсу** | Приймак Василь Іванович, д.е.н., професор, завідувач кафедри інформаційних систем у менеджменті, Голубник Ольга Романівна, к.е.н., доцент, доцент кафедри інформаційних систем у менеджменті |
| **Контактна інформація викладачів** | [pryimak\_vasyl@ukr.net](mailto:pryimak_vasyl@ukr.net), [vasyl.pryymak@lnu.edu.ua](mailto:vasyl.pryymak@lnu.edu.ua), [olya\_golubnyk@ukr.net](mailto:olya_golubnyk@ukr.net), olga.holubnyk@lnu.edu.ua, кафедра інформаційних систем у менеджменті, кімната 100, пр. Свободи 18 |
| **Консультації по курсу відбуваються** | Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю). Відповіді на питання через електронну пошту викладача, в MS Teams. |
| **Сторінка курсу** |  |
| **Інформація про курс** | Курс розроблено таким чином, щоб навчити студентів основних понять, методів, теорем та формул теорії ймовірностей і математичної статистики, допомогти їм набути первинні навички застосування теоретичного матеріалу, законів, що діють у сфері масових випадкових подій та явищ для опрацювання й аналізу масових статистичних даних. Тому у курсі представлено основні поняття теорії ймовірностей, правила обчислення ймовірностей випадкових подій, одновимірні і багатовимірні випадкові величини, їх закони розподілу, граничні теореми теорії ймовірностей, елементи математичної статистики, вибірковий метод, статистичні гіпотези та статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності. Акценти зроблено на вивчення основних принципів та інструментарію імовірнісного апарату, який використовується для розв’язування економічних задач, математичних методів систематизації, опрацювання та застосування статистичних даних, які притаманні сучасній практиці дослідження проблем економіки. |
| **Коротка анотація курсу** | Дисципліна **“**Теорія ймовірностей та математична статистика**”** є нормативною дисципліною для освітньої програми підготовки бакалавра з спеціальності 051 «Економіка» освітньої програмиї «Економічна кібернетика», яка викладається в 3 семестрі в обсязі 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). |
| **Мета та цілі курсу** | Метою вивчення вибіркової дисципліни **“**Теорія ймовірностей та математична статистика**”** є формування у студентів теоретичних знань, практичних навичок і компетенцій з основ імовірнісно-статистичного апарату, основних методів кількісного вимірювання випадковості дії факторів, що впливають на будь-які процеси, засад математичної статистики, яка використовується під час планування, організації та управління виробництвом, оцінювання якості продукції, системного аналізу економічних структур та технологічних процесів. Основні цілі курсу полягають у: визначенні суті ймовірності випадкової події, умовної ймовірності цієї події, одновимірної та багатовимірної випадкової величини, їх законів розподілу та числових характеристик; ознайомлення студентів з основними теоремами, зокрема, граничними теоремами теорії ймовірностей; вивченні основних понять математичної статистики, підходів до оцінювання параметрів розподілу та перевірки статистичних гіпотез. |
| **Література для вивчення дисципліни** | ***Основна література:***  1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика, - К.: ЦУЛ, 2002. – 448 с.  2. Бобик О.І., Берегова Г.І., Копитко Б.І. Теорія ймовірностей і математична статистика. – К.: ВД «Професіонал», 2007. – 570 с.  3. Єлейко Я.І., Тріщ Б.М. Теорія ймовірностей. – Львів, Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2001. – 161 с.  4. Приймак В.І., Голубник О.Р. Теорія ймовірностей та математична статистика : підручник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 556 с.  5. Приймак В.І. Тестові завдання з теорії ймовірностей та математичної статистики. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006. – 268 с.  ***Додаткова література:***  1. Бугір М.К. Посібник з теорії ймовірності та математичної статистики. – Тернопіль: Підручники і посібники, 1998. – 176 с.  2. Бугір М.К. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики. – Тернопіль: Т.О.В.”ЦМДС”, 1998. – 172 с.  6. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики. - К.: УМК ВО, 1991.  7. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Практикум з курсу “Теорія ймовірностей і математична статистика”. - К.: КІНГ, 1991.  8. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Практикум з математичної статистики. - К.: КІНГ, 1991.  11. Тринько Р.І., Тарасова В.В. Математична статистика. – Львів: Світ, 1992. – 264 с. |
| **Тривалість курсу** | \_\_\_120\_\_\_\_\_\_\_ год. |
| **Обсяг курсу** | **64** години аудиторних занять. З них \_\_32\_\_ годин лекцій, \_\_32\_\_ годин практичних занять та \_\_56\_\_ годин самостійної роботи |
| **Очікувані результати навчання** | Очікувані результати навчання покликані забезпечити набуття компетентностей: ЗК03, ЗК04, СК04, СК06, СК09, СКС02; результатів навчання: РН08, РН12, РН21, РН26, РН28, визначених освітньою програмою).  Після завершення цього курсу аспірант буде :  ***Знати***   * основні поняття і теореми теорії ймовірностей; * методи обчислення ймовірностей випадкових подій та випадкових величин; * числові характеристики та основні закони розподілу випадкових величин; * закон великих чисел та граничні теореми теорії ймовірностей; * базові поняття математичної статистики; * методи опрацювання емпіричних даних, одержання точкових та інтервальних статистичних оцінок невідомих параметрів, перевірки статистичних гіпотез на основі вибіркових даних; * елементи дисперсійного аналізу, теорії регресії і кореляції   ***Вміти***   * знаходити ймовірності складних та залежних випадкових подій, тобто обчислювати ймовірності випадкових подій та очікуваного загального результату за відомими ймовірностями його складових; * виконувати якісний і кількісний математичний аналіз випадкових подій; * аналізувати дискретні і неперервні випадкові величини, розраховувати їх числові характеристики; * виконувати якісний і кількісний математичний аналіз випадкових величин та систем таких величин; * проводити математичну обробку статистичних даних, розрахунок статистичних оцінок параметрів генеральної сукупності, статистичну перевірку гіпотез; * застосовувати методи аналізу статистичної інформації для розв’язання типових практичних задач з поданням результатів у необхідному вигляді (числа, формули, графіка тощо); * встановлювати теоретико-ймовірнісні закономірності та використовувати отримані результати для обґрунтування прийнятих рішень. |
| **Ключові слова** | імовірність, математична статистика, випадкова подія, випадкова величина, закон розподілу випадкової величини, математичне сподівання, дисперсія, статистична гіпотеза, кореляція, регресія. |
| **Формат курсу** | Очний |
|  | Проведення лекцій, практичних занять та консультації для кращого розуміння тем |
| **Теми** | Схема курсу наведена у Додатку 1. |
| **Підсумковий контроль, форма** | Іспит в кінці семестру  комбінований (письмовий тест і задачі) |
| **Пререквізити** | Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з таких дисциплін як “Вища математика для економістів”, “Мікро- і макроекономіка”, “Інфор­маційні і комунікаційні технології”, достатніх для сприйняття категоріального апарату теорії ймовірностей та математичної статистики, розумін­ня джерел із рекомендованого списку літератури. |
| **Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу** | Презентації тем курсу, лекції, розв’язування модельних (типових) задач на прак­тичних заняттях, дискусії. |
| **Необхідне обладнання** | Мультимедійний пристрій |
| **Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)** | Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:  • практичні заняття (освоєння модельних прикладів та теоретичного матеріалу) : 15% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 15;  • контрольні заміри (4-и модулі): 35% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 35;  • іспит: 50% семестрової оцінки. Максимальна кількість балів 50.  Підсумкова максимальна кількість балів 100. |
| **Питання до екзамену.** | Структурно екзаменаційний білет включає 2-і складові (разом 50 балів):   * тести з вибором із списку заданих варіантів відповідей (сумарно 32 бали); * задачі (сумарно 18 балів).   ***Зразки тестів:***  Кожне тестове питання має чотири варіанти відповіді, одна з яких правильна. Приклади питань:  1. Що таке розміщення з повтореннями?  2. Події, які під час якогось випробування можуть відбу­ти­ся одночасно, тобто мають спільні елементарні по­дії з простору елементарних по­дій це: …  3. Дві випадкові події називаються незалежними, якщо: …  4. Ймовірність суми су­місних подій  та  обчислюється за формулою: …  5. Ймовірність того, що в  незалежних випробуваннях подія  відбудеться хоча б один раз, обчислюють за формулою : …  6. Математичне сподіван­ня дискретної випадко­вої величини  це: …  7. Середнє квадратичне відхилення випадкової величини  це: …  8. Функція розподілу дискретної випадкової величини це функція  яка визначається за формулою: …  9. Неперервна випадкова величина має нормаль­ний розподіл ймовір­ностейякщо: …  10. Коефіцієнт кореляції ком­понент двови­мірної випад­кової величи­ни  це величина , яку обчислюють за формулою: …  11. Теорема Бер­нуллі формулюється так: Відносна частота успіхів  в  незалежних випробуваннях Бернуллі, де  – кількість успіхів, – ймовірність успіху в одному випробуванні, задовольняє умову: …  12. Гістограма час­тот це: …  13. Виправлена дис­персія це величина , що обчислюється за формулою: …  14. Надійність (довірча ймовір­ність) оцінки па­ра­метра  за  це ймовірність  для якої виконується: …  15. Статистична гі­потеза це: …  ***Зразки задач:***  1. Ймовірність того, що витрати газу протягом доби не перевищують визначеної норми, дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що в найближчі п’ять діб витрати газу впродовж трьох діб не перевищать норми.  2. У партії з десяти деталей сім стандартних. Визначити ймовірність того, що серед шести взятих навмання деталей чотири стандартні.  3. У фірмі 10 комп’ютерів виготовлених фірмою *А*, 6 – фірмою *В* і 4 – фірмою *С*. Ймовірності того, що комп’ютери, виготовлені цими фірмами, працюватимуть без ремонту протягом гарантійного терміну, відповідно дорівнюють 0,7; 0,8 і 0,9. Яка ймовірність того, що навмання вибраний комп’ютер працюватиме без ремонту протягом гарантійного терміну?  4. Два верстати-автомати виробляють однакові деталі, які йдуть на спільний конвеєр. Продуктивність першого верстата у чотири рази більша за продуктивність другого. Перший виготовляє 60% деталей вищого ґатунку, а другий – 80%. Навмання взята з конвеєра деталь виявилась якісною. Яка ймовірність того, що вона виготовлена на другому верстаті?  5. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини . Визначити суму початкового моменту першого порядку і дисперсії цієї випадкової величини, попередньо знайшовши невідому ймовірність.   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | -5 | -1 | 2 | 4 | 10 | |  | 0,2 | 0,3 | ? | 0,1 | 0,2 | |
| **Опитування** | Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу. |

**Додаток 1**

***Схема курсу “Теорія ймовірностей та математична статистика”***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Тижні,**  **Семестр** | **Лекційний курс** | | | **Практичні (семінарські) заняття** | | | **Лабораторні роботи** | | | **К-ть годин СР** | **Видача і прийняття домашніх завдань** | **Контроль поточної успішності** |
| **Номер, назва і зміст теми** | **К-ть годин** | **ТЗП** | **Номер, назва і зміст теми** | **К-ть годин** | **ТЗН** | **Номер, назва і зміст теми** | **К-ть годин** | **ТЗП** |
| **Змістовий модуль 1. Поняття ймовірності та основні правила її обчислення** | | | | | | | | | | | | |
| 1 | **Тема 1**. Основні поняття теорії ймовірностей (Предмет курсу, його зміст. Коротка історія розвитку те-орії ймовірностей. Поняття випад-кової події, класифікації випадко-вих подій, простір елементарних випадкових подій. Операції над подіями. Повна група подій.) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 1**. Основні поняття теорії ймовірностей | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 3 | ВДЗ | Усне опитування |
| 2 | **Тема 1**. Основні поняття теорії ймовірностей (Класичне визначен-ня ймовірності випадкової події та її властивості; геометрична ймові-рність, статистична ймовірність. Елементи комбінаторики у теорії ймовірностей. Аксіоми теорії ймовірностей) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 1**. Основні поняття теорії ймовірностей | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 4 | ПДЗ, ВДЗ | Усне опитування |
| 3 | **Тема 2:** Залежні і незалежні випадкові події. Основні формули множення та додавання ймовір-ностей **(**Поняття залежності і незалежності випадкових подій. Умовна ймовірність та її власти-вості. Формули множення ймо-вірностей для залежних та неза-лежних випадкових подій. Дода-вання ймовірностей сумісних і не-сумісних випадкових подій. Фор-мула повної ймовірності та форму-ли Байєса**)** | 2 | Мультим. пр. | **Тема 1**. Основні поняття теорії ймовірностей | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 4 | ПДЗ, ВДЗ | Усне опитування |
| 4 | **Тема 3** Спроби за схемою Бернуллі (Визначення повторних незалеж-них спроб. Формула Бернуллі для обчислення ймовірності і наімо-вірнішого числа. Асимптотичні формули для формули Бернуллі (локальна та інтегральна формули Муавра - Лапласа). Наслідок з інтегральної формули Муавра – Лапласа та його використання. Формула Пуассона для малоймо-вірних випадкових подій) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 2:** Залежні і незалежні випадкові події. Основні формули множення та додавання ймовір-ностей | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 4 | ПДЗ, ВДЗ | Модуль 1 |
| **Змістовий модуль 2. Випадкові величини** | | | | | | | | | | | | |
| 5 | **Тема 4.** Одновимірні випадкові величини (Визначення випадкової величини. Дискретні та неперервні випадкові величини, їх закони розподілу. Функція розподілу ймовірностей дискретної та неперервної випадкових величин, її властивості і густина розподілу) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 2:** Залежні і незалежні випадкові події. Основні формули множення та додавання ймовір-ностей | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 3 | ПДЗ, ВДЗ | Усне опитування |
| 6 | **Тема 4.** Одновимірні випадкові величини (Числові характеристики випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія та їх властивості, середнє квадратичне відхилення, мода та медіана; початкові і центральні теоретичні моменти, асиметрія та ексцес. Властивості математичного споді-вання та дисперсії. Зв’язок між початковими і центральними теоретичними моментами.) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 3** Спроби за схемою Бернуллі | 2 | Модельні приклади |  |  |  | 4 | ПДЗ, ВДЗ | Усне опитування |
| 7 | **Тема 5.** Багатовимірні випадкові величини (Визначення багатови-мірної випадкової величини та її закон розподілу. Система двох дискретних випадкових величин, числові характеристики системи, кореляційний момент, коефіцієнт кореляції та його властивість. Функція розподілу ймовірностей та густина розподілу імовірностей системи, їх властивості. Числові характеристики системи двох неперервних випадкових величин) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 3** Спроби за схемою Бернуллі | 2 | Модельні приклади |  |  |  | 3 | ПДЗ, ВДЗ | Модуль 2 |
| 8 | **Тема 5.** Багатовимірні випадкові величини (Умовні закони розподілу складових системи дискретних і неперервних випадко-вих величин, густина розподілу. Система *п* випадкових величин, числові характеристики системи, кореляційна матриця, нормована кореляційна матриця.)  **Тема 6.** Функції випадкових величин (Визначення функції випадкових величин. Функція дис-кретного випадкового аргументу та її числові характеристики. Функції неперервного випадкового аргу-менту та її числові характеристики. Функції двох випадкових аргумен-тів. Визначення функції розподілу ймовірностей та густини для функ-цій двох випадкових аргументів.) | 1  1 | Мультим. пр. | **Тема 4.** Одновимірні випадкові величини | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 2  2 | ПДЗ, ВДЗ | Усне опитування |
| 9 | **Тема 7.** Основні закони розподілу цілочислових випадкових величин (Визначення цілочислової випад-кової величини. Ймовірна твірна функція та її властивості. Біномі-альний, пуассонівський, геометри-чний та рівномірний закони розпо-ділу, ймовірні твірні функції для цих законів та їх числові характе-ристики. Гіпергеометричний та поліноміальний закони розподілу. Їх числові характеристики та твірні функції для цих законів) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 4.** Одновимірні випадкові величини | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 3 | ПДЗ, ВДЗ | Усне опитування |
| 10 | **Тема 8.** Основні закони розподілу неперервних випадкових величин **(**Рівномірний закон розподілу неперервних випадкових величин. Нормальний закон розподілу та його значення у теорії ймовір-ностей. Експоненціальний (показ-никовий) закон розподілу та його використання у теорії надійності. Розподіл ***Х2***. Розподіл Стьюдента. Розподіл Фішера. Ймовірність по-падання на відрізок. Правило трьох сигм. Числові характеристики основних законів розподілу неперервних випадкових величин) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 5.** Багатовимірні випадкові величини | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 3 | ПДЗ, ВДЗ | Усне опитування |
| 11 | **Тема 9.** Граничні теореми теорії ймовірностей (Суть закону вели-ких чисел і центральної граничної теореми. Нерівність Чебишова та збіжність за ймовірністю. Теорема Чебишева і стійкість середнього арифметичного випадкових вели-чин. Теорема Бернуллі і стійкість відносних частот. Центральна гра-нична теорема теорії ймовірностей (теорема Ляпунова) та її викорис-тання у математичній статистиці) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 6.** Функції випадкових величин  **Тема 7.** Основні закони розподілу цілочислових випадкових величин | 1  1 | Модельні задачі |  |  |  | 3 | ПДЗ, ВДЗ | Модуль 3 |
| **Змістовий модуль 3. Математична статистика** | | | | | | | | | | | | |
| 12 | **Тема 10.** Елементи математичної статистики. Вибірковий метод(Ге-неральна та вибіркова сукупності. Повторна, безповторна і репре-зентативна вибірки. Способи від-бору. Статистичний розподіл ви-бірки. Емпірична функція розпо-ділу та її властивості. Дискретні та інтервальні ряди розподілу. Куму-лята та її властивості. Гістограма і полігон статистичних розподілів) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 8.** Основні закони розподілу неперервних випадкових величин | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 3 | ПДЗ, ВДЗ | Усне опитування |
| 13 | **Тема 10.** Елементи математичної статистики. Вибірковий метод(Числові характеристики: вибірко-ва середня, розмах вибірки, дис-персія вибірки, середньоквадрати-чне відхилення, коефіцієнт варіа-ції, мода й медіана для дискретних та інтервальних статистичних роз-поділів вибірки, емпіричні почат-кові і центральні моменти, асимет-рія та ексцес) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 9.** Граничні теореми теорії ймовірностей | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 3 | ПДЗ, ВДЗ | Усне опитування |
| 14 | **Тема 11.** Статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності. Статистичні гіпотези (Визначення статистичної оцінки. Точкові статистичні оцінки: зміщені і незміщені, ефективні й обґрунтовані. Точкові незміщені статистичні оцінки для математичного сподівання, дисперсії і середнього квадратичного відхилення. Інтервальні статистичні оцінки. Точність і надійність оцінки, визначення довірчого інтервалу) | 2 | Мультим. пр. | **Тема 10.** Елементи математичної статистики. Вибірковий метод | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 3 | ПДЗ, ВДЗ | Усне опитування |
| 15 | **Тема 11.** Статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності. Статистичні гіпотези (Визначення статистичної гіпотези. Нульова й альтернативна, проста і складна. Помилки першого і другого роду. Статистичний критерій, спостережене значення критерію. Критична область, область прийняття нульової гіпотези, критична точка. Загальна методика побудови правобічної, лівобічної та двобічної критичних областей. Емпіричні та теоретичні частоти. Критерій узгодженості Пірсона. Вибірковий коефіцієнт рангової кореляції Спірмена і перевірка гіпотезо про його значимість) | 2 |  | **Тема 11.** Статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності. Статистичні гіпотези | 2 | Модельні задачі |  |  |  | 3 | ПДЗ, ВДЗ | Усне опитування |
| 16 | **Тема 12.** Елементи дисперсійного аналізу (Однофакторний диспер-сійний аналіз. Таблиця результатів спостережень. Загальна, факторна і залишкова суми квадратів відхи-лень. Зв'язок між загальною, фак-торною і залишковою сумами. Загальна, факторна і залишкова дисперсії)  **Тема 13.** Елементи теорії регресії і кореляції (Статистичний опис системи двох випадкових величин. Функціональна, статистична і ко-реляційна залежності. Рівняння парної регресії. Вибірковий коефі-цієнт кореляції та його власти-вості. Коефіцієнт детермінації. Множинна регресія) | 1  1 |  | **Тема 12.** Елементи дисперсійного аналізу  **Тема 13.** Елементи теорії регресії і кореляції | 1  1 | Модельні задачі |  |  |  | 3  3 | ПДЗ | Модуль 4 |